

	<b>PROCESO PARA EL DESARROLLO DE LAS ENSEÑANZAS DE LA FACULTAD DE CIENCIAS DE LA UEx</b>		 <b>Facultad de Ciencias</b>
	<b>Curso académico:</b> 2025-26	<b>Código:</b> P/CL009_FC_D002	

PLAN DOCENTE DE LA ASIGNATURA

Identificación y características de la asignatura			
Código	501728	Créditos ECTS	6
Denominación (español)	Geometría Riemanniana		
Denominación (inglés)	Riemannian Geometry		
Titulaciones	Grado en Matemáticas		
Centro	Facultad de Ciencias		
Semestre	8º	Carácter	Optativo
Módulo	Formación Optativa		
Materia	Matemáticas		
Profesor/es			
Nombre	Despacho	Correo-e	Página web
Teresa Arias Marco	C19	ariasmarco	--
Área de conocimiento	Geometría y Topología		
Departamento	Matemáticas		
Profesor coordinador (si hay más de uno)			

Competencias
<p>CB1 Que los estudiantes hayan demostrado poseer y comprender conocimientos en un área de estudio que parte de la base de la educación secundaria general, y se suele encontrar en un nivel que, si bien se apoya en libros de texto avanzados, incluye también algunos aspectos que implican conocimientos procedentes de la vanguardia de su campo de estudio.</p> <p>CB2- Que los estudiantes sepan aplicar sus conocimientos a su trabajo o vocación de una forma profesional y posean las competencias que suelen demostrarse por medio de la elaboración y defensa de argumentos y la resolución de problemas dentro de su área de estudio.</p> <p>CB3- Que los estudiantes tengan la capacidad de reunir e interpretar datos relevantes (normalmente dentro de su área de estudio) para emitir juicios que incluyan una reflexión sobre temas relevantes de índole social, científica o ética.</p> <p>CB4- Que los estudiantes puedan transmitir información, ideas, problemas y soluciones a un público tanto especializado como no especializado.</p>

	<b>PROCESO PARA EL DESARROLLO DE LAS ENSEÑANZAS DE LA FACULTAD DE CIENCIAS DE LA UEx</b>		 <b>Facultad de Ciencias</b>
	<b>Curso académico:</b> 2025-26	<b>Código:</b> P/CL009_FC_D002	

CB5- Que los estudiantes hayan desarrollado aquellas habilidades de aprendizaje necesarias para emprender estudios posteriores con un alto grado de autonomía.

CG1- Desarrollar en el estudiante las capacidades analíticas, de abstracción y de intuición, así como el pensamiento lógico y riguroso.

CG2- Capacitar al estudiante para que los conocimientos teóricos y prácticos que adquiera pueda utilizarlos en la definición y planteamiento de problemas y en la búsqueda de sus soluciones tanto en contextos académicos como profesionales.

CG3- Promover en el estudiante la curiosidad y el interés por las Matemáticas y animarle a mantenerlos y transmitirlos una vez finalizados los estudios.

CG4- Que el estudiante conozca la presencia y el uso de las Matemáticas en la Física, la Química, la Biología, etc.

CG5- Que el estudiante pueda seguir estudios posteriores en otras disciplinas, tanto científicas como tecnológicas, lo que posibilitará desarrollar una actividad profesional en campos como la enseñanza de las Matemáticas en la educación secundaria y en la educación universitaria, u otros campos relacionados con la Física, la Informática, etc.

CT4: Capacitar para el aprendizaje autónomo de nuevos conocimientos y técnicas, y para emprender estudios posteriores con un alto grado de autonomía.

CE1: Poseer y comprender conocimientos de Matemáticas que partan de la base de la educación secundaria general y se encuentren a un nivel que, si bien se apoye en libros de texto avanzados, incluya también algunos aspectos que impliquen conocimientos procedentes de la vanguardia de las Matemáticas.

CE2: Saber aplicar los conocimientos adquiridos a su trabajo o vocación de forma profesional y poseer las competencias que suelen demostrarse por medio de la elaboración y defensa de argumentos y la resolución de problemas dentro del área de las Matemáticas.

CE3: Comprender y utilizar el lenguaje matemático. Adquirir la capacidad para enunciar proposiciones en distintos campos de la Matemática, para construir demostraciones y para transmitir los conocimientos matemáticos adquiridos.

	<b>PROCESO PARA EL DESARROLLO DE LAS ENSEÑANZAS DE LA FACULTAD DE CIENCIAS DE LA UEx</b>		 <b>Facultad de Ciencias</b>
	<b>Curso académico:</b> 2025-26	<b>Código:</b> P/CL009_FC_D002	

CE4: Conocer demostraciones de algunos teoremas fundamentales en distintas áreas de la Matemática.

CE5: Asimilar la definición de un nuevo objeto matemático, en términos de otros ya conocidos, y ser capaz de utilizar este objeto en diferentes contextos.

CE6: Saber abstraer las propiedades estructurales (de objetos matemáticos, de la realidad observada y de otros ámbitos) distinguiéndolas de aquellas puramente ocasionales y poder comprobarlas con demostraciones o refutarlas con contraejemplos, así como identificar errores en razonamientos incorrectos.

CE7: Resolver problemas y ejercicios relacionados con los conceptos básicos de las Matemáticas.

CE8: Leer y comprender textos matemáticos, tanto en español como en otros idiomas de relevancia en el ámbito científico, especialmente en inglés.

CE10: Utilizar herramientas de búsqueda de recursos bibliográficos en Matemáticas.

CE11: Comunicar, de forma oral y escrita, conocimientos, procedimientos, resultados e ideas matemáticas.

Contenidos
Breve descripción del contenido
Geometrías no euclidianas. Geodésicas y completitud: Teorema de Hopf-Rinow. Curvatura: Operador de Jacobi y Teorema de Hadamard-Cartan. Variedades de curvatura constante
Temario de la asignatura
Denominación del tema 1: Conexiones Afines Contenidos del tema 1: Introducción. Repaso de campos tensoriales. Definición y propiedades de conexiones afines. Torsión y curvatura. Derivada covariante de campos a lo largo de una curva. Paralelismo. Los símbolos de Christoffel. Descripción de las actividades prácticas del tema 1: Ejercicios prácticos individuales y/o en grupo sobre los contenidos del tema.
Denominación del tema 2: Geodésicas Contenidos del tema 2: Definición y ecuaciones de las geodésicas. El campo geodésico. Existencia y unicidad de las geodésicas maximales. La aplicación exponencial. Sistemas de coordenadas normales geodésicas.

	<b>PROCESO PARA EL DESARROLLO DE LAS ENSEÑANZAS DE LA FACULTAD DE CIENCIAS DE LA UEx</b>		 <b>Facultad de Ciencias</b>
	<b>Curso académico:</b> 2025-26	<b>Código:</b> P/CL009_FC_D002	

Descripción de las actividades prácticas del tema 2: Ejercicios prácticos individuales y/o en grupo sobre los contenidos del tema.

Denominación del tema 3: Métricas y Semimétricas Riemannianas.

Contenidos del tema 3: Definición de métrica y semimétrica riemanniana, isometrías, inmersiones, productos, sumersiones. Conexiones afines compatibles con una métrica: caracterización. Teorema de existencia y unicidad de la conexión de Levi-Civita. Entornos normales: bolas y esferas geodésicas. Superficies parametrizadas: el lema de simetría. Lema de Gauss. Existencia de entornos totalmente normales.

Descripción de las actividades prácticas del tema 3: Ejercicios prácticos individuales y/o en grupo sobre los contenidos del tema.

Denominación del tema 4: Geodésicas y Distancias

Contenidos del tema 4: Longitud de curvas y distancia entre puntos. Relación entre geodésicas y curvas minimizantes. Estructura de espacio métrico de una variedad riemanniana. Completitud geodésica. El Teorema de Hopf-Rinow. Consecuencias.

Descripción de las actividades prácticas del tema 4: Ejercicios prácticos individuales y/o en grupo sobre los contenidos del tema.

Denominación del tema 5: Curvaturas y Campos de Jacobi

Contenidos del tema 5: El tensor de curvatura: propiedades. Curvatura seccional: espacios de curvatura constante. Tensor de Ricci y curvatura escalar. Campos de Jacobi: propiedades e interpretación geométrica. Puntos conjugados: relación con los puntos críticos de la aplicación exponencial. El Teorema de Cartan-Hadamard.

Descripción de las actividades prácticas del tema 5: Ejercicios prácticos individuales y/o en grupo sobre los contenidos del tema.

Denominación del tema 6: Espacios de Curvatura Constante

Contenidos del tema 6: Teorema de Cartan sobre la determinación de la métrica por medio de la curvatura. Unicidad de métricas de curvatura constante. Clasificación de las métricas de curvatura constante.

Descripción de las actividades prácticas del tema 6: Ejercicios prácticos individuales y/o en grupo sobre los contenidos del tema.

	<b>PROCESO PARA EL DESARROLLO DE LAS ENSEÑANZAS DE LA FACULTAD DE CIENCIAS DE LA UEx</b>		
	<b>Curso académico:</b> 2025-26	<b>Código:</b> P/CL009_FC_D002	

Actividades formativas								
Horas de trabajo del estudiante por tema		Horas Gran Grupo	Actividades prácticas				Actividad de seguimiento	No presencial
Tema	Total	GG	CH	L	O	S	TP	EP
1	19,25	8				1,25		10
2	21,25	8				1,25		12
3	22,75	8,5				1,25		13
4	24,25	9				1,25		14
5	24,25	9				1,25		14
6	18,25	7				1,25		10
Evaluación	20	3						17
<b>TOTAL</b>	<b>150</b>	<b>52,5</b>				<b>7,5</b>		<b>90</b>

GG: Grupo Grande (85 estudiantes).  
CH: prácticas clínicas hospitalarias (7 estudiantes)  
L: prácticas laboratorio o campo (15 estudiantes)  
O: prácticas sala ordenador o laboratorio de idiomas (20 estudiantes)  
S: clases problemas o seminarios o casos prácticos (40 estudiantes).  
TP: Tutorías Programadas (seguimiento docente, tipo tutorías ECTS).  
EP: Estudio personal, trabajos individuales o en grupo, y lectura de bibliografía.

Metodologías docentes
<ul style="list-style-type: none"> <li>• Explicación y discusión de los contenidos.</li> <li>• Resolución, análisis y discusión de problemas.</li> <li>• Actividades de seguimiento individual o por grupos del aprendizaje.</li> <li>• Trabajo autónomo del estudiante.</li> </ul>

Resultados de aprendizaje
Conocer las nociones básicas de la Geometría Riemanniana (conexión y transporte paralelo, curvatura, distancia, geodésicas, campos de Jacobi) y los teoremas de Hopf-Rinow, de Hadamard-Cartan y la clasificación de variedades de curvatura constante.

	<b>PROCESO PARA EL DESARROLLO DE LAS ENSEÑANZAS DE LA FACULTAD DE CIENCIAS DE LA UEx</b>		
	<b>Curso académico:</b> 2025-26	<b>Código:</b> P/CL009_FC_D002	

### Sistemas de evaluación

La evaluación de los conocimientos y capacidades adquiridos en la asignatura se basará en los siguientes criterios:

- Adquisición, comprensión y manejo de los conceptos de la asignatura.
- Conocimiento y comprensión de los principales resultados de la asignatura y sus consecuencias.
- Resolución de problemas y ejercicios basados en los conceptos y resultados desarrollados.

Se valorará fundamentalmente la precisión en los conceptos y enunciados que deban ser desarrollados o utilizados, la coherencia en los razonamientos empleados y la utilización de herramientas y métodos y adecuados para resolver los ejercicios que se propongan, así como la explicación razonada de los pasos empleados en su resolución.

Para determinar la nota final de la asignatura se podrán utilizar los siguientes instrumentos:

- A. Participación en el aula (estándar y virtual) y realización de trabajos y/o problemas individuales o en grupos con o sin exposiciones orales, y/o realización de prácticas, posiblemente de entrega inmediata, individuales o en grupos con o sin carácter presencial: desde 0% hasta un 40%.
- B. Cuestionario (evaluación continua) o examen final: desde 60 % hasta 100%.

Aclarar que cada alumno tendrá unos % ponderados dependiendo de su participación en los instrumentos de tipo A. Así, los alumnos que no participen en los instrumentos de tipo A se examinarán de la totalidad de la asignatura mediante los instrumentos de tipo B en cuyo caso estos ponderarán el 100% de la nota final. Además, aquellos alumnos que por determinadas razones sólo participen, por ejemplo, en la mitad de los instrumentos de tipo A se determinará su nota final con los siguientes porcentajes: 20% en los instrumentos de tipo A y 80% en los instrumentos de tipo B.

El cuestionario (evaluación continua) o examen final, consistirá en una prueba individual de desarrollo escrito con preguntas dirigidas a valorar la comprensión de conceptos teóricos y la aplicación práctica de estos conceptos a la resolución de ejercicios, o bien, en una prueba objetiva de opción múltiple, o bien en un examen oral, o bien en una combinación de todas/algunas de ellas.

	<b>PROCESO PARA EL DESARROLLO DE LAS ENSEÑANZAS DE LA FACULTAD DE CIENCIAS DE LA UEx</b>		
	<b>Curso académico:</b> 2025-26	<b>Código:</b> P/CL009_FC_D002	

En cualquier caso, si el equipo docente de la asignatura se decidiese por un cuestionario (evaluación continua) o examen compuesto de varias pruebas, se podría establecer una nota mínima en la prueba objetiva de opción múltiple y/o en preguntas específicas de la prueba de desarrollo escrito y/o en preguntas específicas del examen oral para superar la asignatura.

Para superar la asignatura es necesario obtener una calificación mayor o igual a 3 puntos en los instrumentos de evaluación tipo B y una calificación total de 5 puntos sobre 10.

#### Bibliografía (básica y complementaria)

- I. Chavel: Riemannian Geometry: A Modern Introduction. Cambridge Univ. Press 1993.
- N.J. Hicks: Lecture Notes on Differential Geometry. Van Nostrand Reinhold Company 1971.
- S. Kobayashi, K. Nomizu: Foundations of Differential Geometry. Interscience Publishers 1969.
- W. Kühnel: Differential Geometry. AMS 2006.
- M.P. do Carmo: Riemannian Geometry. Birkhauser 1992.
- J.A. Navarro: Apuntes para una Licenciatura, 2014.
- P. Petersen: Riemannian Geometry. Springer 2006.
- M. Spivak: A Comprehensive Introduction to Differential Geometry. Publish or Perish 1979.

#### Otros recursos y materiales docentes complementarios

Se pondrán a disposición de los alumnos a través del aula virtual.