

|                                                                                   |                                                                                              |                                   |                                                                                     |
|-----------------------------------------------------------------------------------|----------------------------------------------------------------------------------------------|-----------------------------------|-------------------------------------------------------------------------------------|
|  | <b>PROCESO PARA EL DESARROLLO DE LAS ENSEÑANZAS DE<br/>LA FACULTAD DE CIENCIAS DE LA UEX</b> |                                   |  |
|                                                                                   | <b>Curso académico:</b><br>2025-26                                                           | <b>Código:</b><br>P/CL009_FC_D002 |                                                                                     |

## PLAN DOCENTE DE LA ASIGNATURA0

| Identificación y características de la asignatura                                                                                                                                                                                                                                                                                                               |                      |                                                    |                                                                              |
|-----------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|----------------------|----------------------------------------------------|------------------------------------------------------------------------------|
| Código                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                          | 500798               | Créditos ECTS                                      | 6                                                                            |
| Denominación (español)                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                          | Sistemas Dinámicos   |                                                    |                                                                              |
| Denominación (inglés)                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                           | Dynamical Systems    |                                                    |                                                                              |
| Titulaciones                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                    | Grado en Matemáticas |                                                    |                                                                              |
| Centro                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                          | Facultad de Ciencias |                                                    |                                                                              |
| Semestre                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                        | 7º                   | Carácter                                           | Optativo                                                                     |
| Módulo                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                          | Formación Optativa   |                                                    |                                                                              |
| Materia                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                         | Física               |                                                    |                                                                              |
| Profesor/es                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                     |                      |                                                    |                                                                              |
| Nombre                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                          | Despacho             | Correo-e                                           | Página web                                                                   |
| Santos Bravo Yuste                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                              | B203 (Ed. Física)    | <a href="mailto:santos@unex.es">santos@unex.es</a> | <a href="http://www.unex.es/fisteor/santos/">www.unex.es/fisteor/santos/</a> |
| Área de conocimiento                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                            | Física Teórica       |                                                    |                                                                              |
| Departamento                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                    | Física               |                                                    |                                                                              |
| Profesor coordinador<br>(si hay más de uno)                                                                                                                                                                                                                                                                                                                     |                      |                                                    |                                                                              |
| Competencias1                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                   |                      |                                                    |                                                                              |
| <b>Competencias básicas</b>                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                     |                      |                                                    |                                                                              |
| CB1: Que los estudiantes hayan demostrado poseer y comprender conocimientos en un área de estudio que parte de la base de la educación secundaria general, y se suele encontrar a un nivel que, si bien se apoya en libros de texto avanzados, incluye también algunos aspectos que implican conocimientos procedentes de la vanguardia de su campo de estudio. |                      |                                                    |                                                                              |
| CB2: Que los estudiantes sepan aplicar sus conocimientos a su trabajo o vocación de una forma profesional y posean las competencias que suelen demostrarse por medio de la elaboración y defensa de argumentos y la resolución de problemas dentro de su área de estudio.                                                                                       |                      |                                                    |                                                                              |
| CB3: Que los estudiantes tengan la capacidad de reunir e interpretar datos relevantes (normalmente dentro de su área de estudio) para emitir juicios que incluyan una reflexión sobre temas relevantes de índole social, científica o ética.                                                                                                                    |                      |                                                    |                                                                              |
| CB4: Que los estudiantes puedan transmitir información, ideas, problemas y soluciones a un público tanto especializado como no especializado.                                                                                                                                                                                                                   |                      |                                                    |                                                                              |
| CB5: Que los estudiantes hayan desarrollado aquellas habilidades de aprendizaje necesarias para emprender estudios posteriores con un alto grado de autonomía.                                                                                                                                                                                                  |                      |                                                    |                                                                              |
| <b>Competencias generales</b>                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                   |                      |                                                    |                                                                              |
| CG1 - Desarrollar en el estudiante las capacidades analíticas, de abstracción, de intuición así como el pensamiento lógico y riguroso                                                                                                                                                                                                                           |                      |                                                    |                                                                              |
| CG2 - Capacitar al estudiante para que los conocimientos teóricos y prácticos que adquiera pueda utilizarlos en la definición y planteamiento de problemas y en la búsqueda de sus soluciones tanto en contextos académicos como profesionales                                                                                                                  |                      |                                                    |                                                                              |
| CG3 - Promover en el estudiante la curiosidad y el interés por las Matemáticas y animarle a mantenerla y transmitirla una vez finalizados los estudios.                                                                                                                                                                                                         |                      |                                                    |                                                                              |

|                                                                                   |                                                                                              |                                   |                                                                                     |
|-----------------------------------------------------------------------------------|----------------------------------------------------------------------------------------------|-----------------------------------|-------------------------------------------------------------------------------------|
|  | <b>PROCESO PARA EL DESARROLLO DE LAS ENSEÑANZAS DE<br/>LA FACULTAD DE CIENCIAS DE LA UEx</b> |                                   |  |
|                                                                                   | <b>Curso académico:</b><br>2025-26                                                           | <b>Código:</b><br>P/CL009_FC_D002 |                                                                                     |

CG4 - Que el estudiante conozca la presencia y el uso de las Matemáticas en la Física, la Química, la Biología, etc.

CG5 - Que el estudiante pueda seguir estudios posteriores en otras disciplinas, tanto científicas como tecnológicas, lo que posibilitará desarrollar una actividad profesional en campos como la Enseñanza de las Matemáticas en la Educación Secundaria y en la Educación Universitaria, u otros campos relacionados con la Física, la Informática, etc.

#### **Competencias transversales**

CT4: Capacitar para el aprendizaje autónomo de nuevos conocimientos y técnicas, y para emprender estudios posteriores con un alto grado de autonomía.

#### **Competencias específicas**

CE9: Relacionar las Matemáticas con otras ciencias y saber aplicarlas.

| <b>Contenidos</b>                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                    |
|------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|
| <b>Breve descripción del contenido</b>                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                               |
| Fractales: generación y dimensión. Redes y autómatas celulares. Sistemas dinámicos unidimensionales y multidimensionales. Caos en sistemas discretos en una dimensión. Caos en sistemas continuos                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                    |
| <b>Temario de la asignatura</b>                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                      |
| <p align="center"><b>PARTE I. INTRODUCCIÓN</b></p> <p>Tema 1: INTRODUCCIÓN A LOS SISTEMAS DINÁMICOS<br/>Leyes simples, sistemas complejos. Linealidad y principio de superposición. Complejidad y retroalimentación. Caos y fractales<br/>Actividades prácticas: resolución de ejercicios y problemas</p> <p align="center"><b>PARTE II. SISTEMAS DINÁMICOS NO CONVENCIONALES</b></p> <p>Tema 2: FRACTALES<br/>Introducción. Sistemas de funciones iteradas. Dimensión fractal. Fractales aleatorios. Actividades prácticas: resolución de ejercicios y problemas</p> <p>Tema 3: AUTÓMATAS CELULARES<br/>Introducción. Autómatas de Wolfram. Autómatas bidimensionales. Juego de la vida. Difusión. Medios excitables<br/>Actividades prácticas: resolución de ejercicios y problemas</p> <p align="center"><b>PARTE III. SISTEMAS DINÁMICOS CONTINUOS</b></p> <p>Tema 4: SISTEMAS UNIDIMENSIONALES<br/>Introducción. Puntos fijos y estabilidad. Campo vectorial de pendientes. Bifurcaciones.<br/>Actividades prácticas: resolución de ejercicios y problemas</p> <p>Tema 5: SISTEMAS LINEALES</p> |

|                                                                                   |                                                                                              |                                   |                                                                                     |
|-----------------------------------------------------------------------------------|----------------------------------------------------------------------------------------------|-----------------------------------|-------------------------------------------------------------------------------------|
|  | <b>PROCESO PARA EL DESARROLLO DE LAS ENSEÑANZAS DE<br/>LA FACULTAD DE CIENCIAS DE LA UEx</b> |                                   |  |
|                                                                                   | <b>Curso académico:</b><br>2025-26                                                           | <b>Código:</b><br>P/CL009_FC_D002 |                                                                                     |

Introducción. Diagrama de fases, campo vectorial de direcciones y solución general. El punto fijo en el origen: diagrama de fases, estabilidad y casos fronterizos.

Actividades prácticas: resolución de ejercicios y problemas

Tema 6: SISTEMAS NO LINEALES

Introducción. Nulclinas. Linealización. Casos fronterizos y casos marginales. Punto fijo simple.

Análisis cualitativo de dos sistemas no lineales. Puntos fijos no simples y ciclos límite. Sistemas conservativos y reversibles. Velocidad de cambio de un escalar sobre una trayectoria solución.

Método de Liapunov. Teorema de Poincaré-Bendixson. Un ejemplo: modelo de Sel'kov de la glucólisis. Bifurcaciones. Epidemias: modelo SIR.

Actividades prácticas: resolución de ejercicios y problemas

#### PARTE IV. SISTEMAS CAÓTICOS

Tema 7: SISTEMAS CAÓTICOS DISCRETOS

Introducción. Tipos de órbitas y estabilidad de los puntos fijos. Las señales del caos: sensibilidad, mezcla e infinitos puntos periódicos. Análisis de una dinámica caótica. Operador sierra y tienda. El diagrama de Feigenbaum. Sistemas caóticos 2D y atractores extraños. Transformación del panadero y de Hénon.

Actividades prácticas: resolución de ejercicios y problemas

Tema 8: SISTEMAS CAÓTICOS CONTINUOS

Introducción. Sistema de Rössler. Ecuaciones de Lorenz.

Actividades prácticas: resolución de ejercicios y problemas

#### Actividades formativas

| Horas de trabajo del estudiante por tema |            | Horas Gran grupo | Actividades prácticas |   |   |           | Actividad de seguimiento | No presencial |
|------------------------------------------|------------|------------------|-----------------------|---|---|-----------|--------------------------|---------------|
| Tema                                     | Total      | GG               | CH                    | L | O | S         | TP                       | EP            |
| 1                                        | 6          | 3                |                       |   |   | 0         |                          | 3             |
| 2                                        | 8          | 3                |                       |   |   | 1         |                          | 4             |
| 3                                        | 8          | 3                |                       |   |   | 1         |                          | 4             |
| 4                                        | 20         | 5                |                       |   |   | 3         |                          | 12            |
| 5                                        | 20         | 5                |                       |   |   | 2         |                          | 13            |
| 6                                        | 19         | 5                |                       |   |   | 2         |                          | 12            |
| 7                                        | 33         | 9                |                       |   |   | 3         |                          | 21            |
| 8                                        | 32         | 8                |                       |   |   | 3         |                          | 21            |
| Evaluación 3F                            | 4          | 4                |                       |   |   |           |                          |               |
| <b>TOTAL</b>                             | <b>150</b> | <b>45</b>        |                       |   |   | <b>15</b> |                          | <b>90</b>     |

GG: Grupo Grande (85 estudiantes).

CH: prácticas clínicas hospitalarias (7 estudiantes)

L: prácticas laboratorio o campo (15 estudiantes)

O: prácticas sala ordenador o laboratorio de idiomas (20 estudiantes)

S: clases problemas o seminarios o casos prácticos (40 estudiantes).

TP: Tutorías Programadas (seguimiento docente, tipo tutorías ECTS).

|                                                                                   |                                                                                              |                                   |                                                                                                                             |
|-----------------------------------------------------------------------------------|----------------------------------------------------------------------------------------------|-----------------------------------|-----------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|
|  | <b>PROCESO PARA EL DESARROLLO DE LAS ENSEÑANZAS DE<br/>LA FACULTAD DE CIENCIAS DE LA UEX</b> |                                   | <br><b>FACULTAD DE CIENCIAS</b><br>[UEX] |
|                                                                                   | <b>Curso académico:</b><br>2025-26                                                           | <b>Código:</b><br>P/CL009_FC_D002 |                                                                                                                             |

EP: Estudio personal, trabajos individuales o en grupo, y lectura de bibliografía.

#### Metodologías docentes

1. Explicación y discusión de los contenidos.
2. Resolución, análisis y discusión de problemas. Realización, exposición y defensa de trabajos/proyectos.
3. Actividades de seguimiento individual o por grupos del aprendizaje.
4. Trabajo autónomo del alumno.

#### Resultados de aprendizaje

- Comprensión de la naturaleza y potencialidades de los autómatas celulares para modelar sistemas complejos.
- Capacidad de análisis del comportamiento cuantitativo, cualitativo y estabilidad de sistemas de ecuaciones diferenciales lineales y no lineales.
- Comprensión de las características principales de sistemas caóticos, tanto de evolución discreta como continua.

#### Sistemas de evaluación

Hay dos sistemas posibles de evaluación: uno mediante evaluación continua y otro mediante una única prueba final.

##### I. EVALUACIÓN CONTINUA

##### 1. Criterios de evaluación:

- a) Elaboración, presentación y, en su caso, defensa de trabajos (casos prácticos, problemas, proyectos, etc.).
- b) Resolución de ejercicios y problemas.
- c) Demostrar la comprensión de los conceptos y aplicaciones fundamentales de la materia mediante la realización de los exámenes.

##### 2. Actividades e instrumentos de evaluación:

- A) Actividades complementarias (30% de la calificación final)

|                                                                                   |                                                                                              |                                   |                                                                                     |
|-----------------------------------------------------------------------------------|----------------------------------------------------------------------------------------------|-----------------------------------|-------------------------------------------------------------------------------------|
|  | <b>PROCESO PARA EL DESARROLLO DE LAS ENSEÑANZAS DE<br/>LA FACULTAD DE CIENCIAS DE LA UEX</b> |                                   |  |
|                                                                                   | <b>Curso académico:</b><br>2025-26                                                           | <b>Código:</b><br>P/CL009_FC_D002 |                                                                                     |

- Estas actividades podrán realizarse en equipo o de forma individual.
- En la valoración de los trabajos se tendrá en cuenta la claridad de la resolución o de la memoria, la prontitud en la entrega y el número de iteraciones que hayan sido precisas hasta que el trabajo se considere aceptable.
- Es responsabilidad de los miembros del grupo procurar que los problemas sean resueltos mediante un auténtico trabajo en equipo, informando al profesor en el caso de que alguno de los integrantes no participe activamente en el grupo para que sea dado de baja en esta actividad.
- En algunas de las tareas asignadas, los alumnos podrían hacer una breve exposición de los resultados obtenidos y de los métodos empleados.
- Se valorará la concisión, claridad y originalidad en la exposición y presentación, así como la calidad de las respuestas a las preguntas formuladas por el profesor y el resto de los alumnos.

**B) Exámenes (70% de la calificación final)**

- La evaluación en este apartado se basará en los resultados de controles parciales y del examen escrito final.
- El examen final consistirá en varias cuestiones teórico-prácticas cuya valoración aparecerá en la hoja del examen.
- Se valorará fundamentalmente la comprensión de los conceptos más que la aplicación repetitiva o memorística de esquemas o fórmulas.

En la convocatoria extraordinaria de julio la calificación del examen seguirá representando el 70% de la calificación global, manteniéndose la calificación obtenida (hasta un máximo del 30 %) en las actividades complementarias realizadas a lo largo del curso.

## **II. EVALUACIÓN MEDIANTE UN EXAMEN FINAL**

El alumno tiene derecho a superar la asignatura mediante la realización de una prueba final alternativa de carácter global. La elección entre el sistema de evaluación continua o el sistema de evaluación con una única prueba final de carácter global corresponde al estudiante durante el periodo oficial habilitado para ello en cada semestre. Durante este plazo, el estudiante que desee acogerse a este método de evaluación deberá comunicarlo de forma fehaciente al profesor de la asignatura.

### **Bibliografía (básica y complementaria)**

- H.-O. Peitgen, H. Jürgens y D. Saupe, Chaos and Fractals: New Frontiers of Science (Springer-Verlag).
- S. H. Strogatz, Nonlinear Dynamics and Chaos (Addison-Wesley).
- D. Kaplan y L. Glass, Understanding Nonlinear Dynamics (Springer-Verlag).
- R. H. Enns y G. C. McGuire, Nonlinear Physics with Mathematica for Scientists and Engineers (Birkhäuser).
- K. T. Alligood, T. D. Sauer y J. A. Yorke, Chaos, an Introduction to Dynamical Systems (Springer).
- G. F. Simmons, Ecuaciones diferenciales con aplicaciones y notas históricas (McGraw-Hill).

|  |                                                                                              |                                   |  |
|--|----------------------------------------------------------------------------------------------|-----------------------------------|--|
|  | <b>PROCESO PARA EL DESARROLLO DE LAS ENSEÑANZAS DE<br/>LA FACULTAD DE CIENCIAS DE LA UEx</b> |                                   |  |
|  | <b>Curso académico:</b><br>2025-26                                                           | <b>Código:</b><br>P/CL009_FC_D002 |  |

- R. C. Hilborn, Chaos and Nonlinear Dynamics. An Introduction for Scientists and Engineers (Oxford University Press).
- J. C. Sprott, Chaos and Time-Series Analysis (Oxford University Press).

#### Otros recursos y materiales docentes complementarios

- Curso: <http://www.dma.fi.upm.es/docencia/segundociclo/sistdin/home.htm>
- Curso: <http://phys.strath.ac.uk/12-376/lectures.html#>
- Curso: [http://www.cmp.caltech.edu/~mcc/Chaos\\_Course/](http://www.cmp.caltech.edu/~mcc/Chaos_Course/)
- Fractales: <http://math.bu.edu/DYSYS/> , <http://coco.ccu.uniovi.es/geofractal/>
- Medios excitables: <http://www.physiol.ox.ac.uk/~gb1/cnd/bub/excitablename.html>
- Autómatas celulares: <http://www.mirekw.com/ca/index.html>
- Caos: <http://hypertextbook.com/chaos/>