

	<b>PROCESO PARA EL DESARROLLO DE LAS ENSEÑANZAS DE LA FACULTAD DE CIENCIAS DE LA UEX</b>		
	<b>Curso académico:</b> 2024-25	<b>Código:</b> P/CL009_FC_D002	

## PLAN DOCENTE DE LA ASIGNATURA

Identificación y características de la asignatura			
Denominación	501715	Créditos ECTS	6
Denominación (español)	Teoría de la Medida		
Denominación (inglés)	Measure Theory		
Titulaciones	Grados en Estadística y Matemáticas Doble grado en Matemáticas y Estadística		
Centro	Facultad de Ciencias		
Semestre	7º	Carácter	Optativa
Módulo	Formación optativa		
Materia	Matemáticas		
Profesor/es			
Nombre	Despacho	Correo-e	Página web
Mariano Rodríguez-Arias Fernández	C-15	arias@unex.es	CVUEX
Área de conocimiento	Análisis Matemático		
Departamento	Matemáticas		
Profesor coordinador (si hay más de uno)			

## Competencias

### Competencias básicas

**CB1:** Que los estudiantes hayan demostrado poseer y comprender conocimientos en un área de estudio que parte de la base de la educación secundaria general, y se suele encontrar a un nivel que, si bien se apoya en libros de texto avanzados, incluye también algunos aspectos que implican conocimientos procedentes de la vanguardia de su campo de estudio.

**CB2:** Que los estudiantes sepan aplicar sus conocimientos a su trabajo o vocación de una forma profesional y posean las competencias que suelen demostrarse por medio de la elaboración y defensa de argumentos y la resolución de problemas dentro de su área de estudio.

**CB3:** Que los estudiantes tengan la capacidad de reunir e interpretar datos relevantes (normalmente dentro de su área de estudio) para emitir juicios que incluyan una reflexión sobre temas relevantes de índole social, científica o ética.

**CB4:** Que los estudiantes puedan transmitir información, ideas, problemas y soluciones a un público tanto especializado como no especializado.

**CB5:** Que los estudiantes hayan desarrollado aquellas habilidades de aprendizaje necesarias para emprender estudios posteriores con un alto grado de autonomía.

### Competencias generales

**CG1:** Desarrollar las capacidades de análisis, abstracción, intuición, organización y síntesis, así como el razonamiento lógico, riguroso y crítico.

**CG2:** Capacitar al alumno para utilizar los conocimientos teóricos y prácticos adquiridos en la definición y planteamiento de problemas, así como en la búsqueda de sus soluciones tanto en contextos académicos como profesionales.

**CG3:** Preparar al alumno para el trabajo en equipos multidisciplinares, capacitándolo para entender los razonamientos de especialistas de otros campos y comunicar sus propios razonamientos y conclusiones.

**CG4:** Promover la curiosidad y el interés por los métodos y técnicas que estudia la Estadística y la Investigación Operativa, animándolo a mantenerlos y transmitirlos una vez finalizados sus estudios.

**CG5:** Mostrar la importancia, necesidad y utilidad de la metodología estadística en otras ciencias (ciencias experimentales, ciencias de la salud, ciencias sociales y humanas, etc.).

**CG6:** Dotar al alumno de los conocimientos necesarios para que pueda continuar estudios posteriores en otras

	<b>PROCESO PARA EL DESARROLLO DE LAS ENSEÑANZAS DE LA FACULTAD DE CIENCIAS DE LA UEX</b>		 <b>FACULTAD DE CIENCIAS</b>
	<b>Curso académico:</b> 2024-25	<b>Código:</b> P/CL009_FC_D002	

disciplinas tanto científicas como tecnológicas.

### Competencias transversales

**CT1:** Reunir e interpretar datos relevantes para emitir juicios que incluyan una reflexión sobre temas de carácter social, científico o ético.

**CT2:** Transmitir información, ideas, problemas y soluciones tanto a un público especializado como no especializado.

**CT3:** Planificar y organizar el trabajo personal, y tener capacidad de trabajar en grupo.

**CT4:** Capacitar para el aprendizaje autónomo de nuevos conocimientos y técnicas, y para emprender estudios posteriores con un alto grado de autonomía.

**CT5:** Dominar las Tecnologías de la Información y las Comunicaciones (TIC) mediante el uso de aplicaciones informáticas de análisis estadístico, cálculo numérico y simbólico, visualización gráfica, optimización, applets en la web, y el desarrollo de programas que resuelvan problemas matemáticos utilizando para cada caso el entorno computacional.

**CT6:** Dominar algún lenguaje de programación de alto nivel.

### Competencias específicas

**CE1:** Conocer las herramientas matemáticas necesarias para el estudio de los aspectos teóricos y prácticos de la Probabilidad, la Estadística y la Investigación Operativa.

**CE15:** Conocer las demostraciones de algunos teoremas fundamentales de Probabilidad y Estadística Matemática y de otras áreas de la Matemática.

## Contenidos

### Breve descripción del contenido

Espacios de medida y de probabilidad. La medida de Lebesgue. Funciones medibles. Producto de medidas

### Temario de la asignatura

#### Tema 1

**Denominación.-** *Medida de Conjuntos en  $R^n$*

#### Contenido

- Medida de conjuntos elementales planos.
- Medida de Lebesgue de conjuntos planos.
- Medida de Lebesgue en  $R^n$ .
- Medidas de Lebesgue-Stieltjes.

#### Tema 2

**Denominación.-** *Concepto General de Medida*

#### Contenido

- Definición de medida.
- Prolongación al anillo generado.
- Aditividad numerable.
- Prolongación de Lebesgue de una medida.

#### Tema 3

**Denominación.-** *Funciones Medibles.*

#### Contenido

- Definición y propiedades.
- Operaciones con funciones medibles y equivalencia.
- Convergencia casi por doquiera.
- Convergencia en medida.



**PROCESO PARA EL DESARROLLO DE LAS ENSEÑANZAS DE LA FACULTAD DE CIENCIAS DE LA UEX**



**Curso académico:**  
2024-25

**Código:**  
P/CL009\_FC\_D002

**FACULTAD DE CIENCIAS**

**Tema 4**

**Denominación.-** *Integral de Lebesgue.*

**Contenido**

- Construcción y propiedades.
- Paso al límite bajo el signo integral.
- Comparación de la integral de Lebesgue y Riemann.
- Productos directos. Teorema de Fubini.

**Tema 5**

**Denominación.-** *Integra Indefinida de Lebesgue. Teoría de Diferenciación*

**Contenido**

- Funciones monótonas.
- Diferenciabilidad de funciones monótonas.
- Funciones de variación acotada.
- Derivada de la integral indefinida de Lebesgue.
- Reconstrucción de una función a partir de su derivada.
- Integral de Lebesgue como función de conjunto. Teorema de Radon-Nikodym.

En todos los temas se propondrán y resolverán problemas y se expondrán ejemplos que refuercen y faciliten el aprendizaje de los contenidos teóricos.

**Actividades formativas**

Horas de trabajo del estudiante por tema		Horas. Gran grupo	Horas. Actividades prácticas				Horas. Actividad de seguimiento	Horas. No presencial
Tema	Total	GG	CH	L	O	S	TP	EP
Tema 1	20	9				1		10
Tema 2	23	10				1		12
Tema 3	25	10				1		14
Tema 4	26	11				1		14
Tema 5	26	11				1		14
<b>Evaluación</b>	30	4						26
<b>Total</b>	<b>150</b>	<b>55</b>				<b>5</b>	<b>0</b>	<b>90</b>

GG: Grupo Grande (100 estudiantes).  
 CH: prácticas clínicas hospitalarias (7 estudiantes).  
 L: prácticas laboratorio o campo (15 estudiantes).  
 O: prácticas sala ordenador o laboratorio de idiomas (30 estudiantes).  
 S: clases problemas o seminarios o casos prácticos (40 estudiantes).  
 TP: Tutorías Programadas (seguimiento docente, tipo tutorías ECTS).  
 EP: Estudio personal, trabajos individuales o en grupo, y lectura de bibliografía.

	<b>PROCESO PARA EL DESARROLLO DE LAS ENSEÑANZAS DE LA FACULTAD DE CIENCIAS DE LA UEX</b>		 <b>FACULTAD DE CIENCIAS</b>
	<b>Curso académico:</b> 2024-25	<b>Código:</b> P/CL009_FC_D002	

### Metodologías docentes

1. Explicación y discusión de los contenidos.
2. Resolución, análisis y discusión de problemas. Realización, exposición y defensa de trabajos /proyectos.
5. Trabajo autónomo del estudiante.

### Resultados del aprendizaje

Al completar la materia, el estudiante:

Conoce los conceptos y resultados Análisis Funcional y de Ecuaciones Diferenciales lo que le profundizar en determinados aspectos teóricos de la Probabilidad y la Estadística Matemática.

Sabe resolver ecuaciones numéricas lineales y no lineales de forma aproximada, calcular los valores y vectores propios de una matriz de forma directa y aproximada, interpolar y aproximar una función por diversos métodos, aproximar la derivada y la integral de una función numéricamente y, en general, abordar cualquier problema de Optimización, Probabilidad y Estadística matemática mediante Métodos Numéricos.

Adquiere conocimientos sobre los conceptos fundamentales de la Teoría de la Medida, como son: espacios de medida, funciones medibles, integración, medidas definidas por densidades o producto de medidas.

### Sistemas de evaluación

En todas las convocatorias, ordinarias o extraordinarias, la evaluación final se realizará mediante una prueba escrita. En dicha prueba se evaluará el grado de asimilación de los conocimientos teóricos, la forma en que se utilizan dichos conceptos en la resolución de problemas y cuestiones y la forma de exponer los resultados: explicaciones claras y ordenadas, etc. Para ello, la mencionada prueba constará de una serie de cuestiones en que se pedirá al estudiante que explique los conceptos o resultados teóricos necesarios, que aplique dichos conceptos y las técnicas aprendidas y utilizadas durante el curso para la resolución de casos prácticos y para la resolución de problemas teóricos o de carácter más general. En estas pruebas, el estudiante obtendrá una calificación comprendida entre 0 y 10 puntos.

Para los estudiantes que no participen en la evaluación continua su calificación se obtendrá a partir del resultado de la prueba global escrita.

En el caso de los estudiantes que decidan ser evaluados de forma continua, además de la mencionada prueba global escrita, el estudiante realizará una serie de trabajos en grupo. El número de trabajos en grupo se acordará con los estudiantes y será un número entre 3 y 5. Cada grupo entregará una copia de cada trabajo y una vez corregido y atendiendo a la naturaleza del mismo, si es necesario, cada grupo realizará una prueba de defensa basada en la corrección del mismo. El objetivo de la prueba es modular la calificación obtenida por el grupo en la corrección del trabajo. Aquellos estudiantes de cualquier grupo que no participen en la prueba de evaluación de un trabajo obtendrán cero puntos en la misma. En cada grupo, la nota de grupo de cada estudiante se obtendrá mediante la media de sus calificaciones en los trabajos de su grupo. La calificación final, en el caso de los estudiantes que pertenezcan a un grupo, se obtendrá sumando su resultado en los trabajos de grupo prorrateado a 1,5 puntos y su nota en la prueba global escrita. Se supera la asignatura con 5 puntos y el exceso sobre 10 puntos será el primer criterio para la obtención de las matrículas de honor.

La calificación de grupo tiene carácter no recuperable y será aplicable exclusivamente a las convocatorias del curso académico que se produzcan una vez el programa se ha finalizado y los grupos han sido evaluados.



**PROCESO PARA EL DESARROLLO DE LAS ENSEÑANZAS DE LA FACULTAD DE CIENCIAS DE LA UEx**



**Curso académico:**  
2024-25

**Código:**  
P/CL009\_FC\_D002

**FACULTAD DE CIENCIAS**

**Bibliografía (básica y complementaria)**

- Axler, S. - Measure, Integration & Real Analysis. Springer Open. 2023
- Halmos, P.R. - Measure Theory. Springer-Verlag. 1974
- Kolmórov, A.N. y Fomín, S.V. - Elemento de la teoría de funciones y del análisis funcional. Mir. 1975
- Rudin, W. - Real and Complex Analysis. McGraw-Hill. 1974
- Stein, E.M. and Shakarchi, R. - Real Analysis: Measure Theory, Integration, and Hilbert Spaces. Vol.3. Princeton Lectures in Analysis. Princeton University Press. 2007.

**Otros recursos y materiales docentes complementarios**